



**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "ECOLOGIA -PUNTEA DE LEGĂTURĂ ÎNTRE MATEMATICĂ
,ARTĂ ȘI LITERATURĂ", EDIȚIA A IV-A, 10 MAI 2024**

SECȚIUNEA I "APLICAȚII ALE MATEMATICII ÎN VIAȚA COTIDIANĂ "

CLASA a XII-a Matematica -Informatică

Toate subiectele sunt obligatorii. Pe foaia de concurs se scriu rezolvările complete.

Fiecare subiect se notează de la 1 la 10. Timpul de lucru este 180 minute.

Subiectul 1

1.1.a) Fie polinomul $f = X^{2024} + X^2 + X + 1$, cu rădăcinile x_k , $k \in \{1, 2, \dots, 2024\}$.

Calculați $\sum_{k=1}^{2024} x_k^{2024}$

b) Să se arate că polinomul $f = (X - 1)^n + (X - 2)^{2n} - 1$ se divide cu polinomul $g = X^2 - 3X + 2$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

1.2 Arătați ca funcția $f: (0, \infty) \rightarrow (2, \infty)$, $f(x) = \sqrt{x + 4}$, determină un izomorfism între grupul multiplicativ al numerelor reale pozitive $(\mathbb{R}_+^*, \cdot)$ și grupul comutativ determinat de legea de compoziție $xoy = \sqrt{x^2y^2 - 4x^2 - 4y^2 + 20}$, pe intervalul $(2, \infty)$

Subiectul 2

2.1 Calculați integralele :

a) $\int \sqrt{\frac{x+2}{x}} dx$, $x \in (0, \infty)$

b) $\int_{-1}^1 \frac{x^2}{e^x + 1} dx$

2.2 Determinați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3} \int_1^x f(t) dt$ știind că $f: [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - x \ln x + 2x^2 \arctg x$

Subiectul 3

3.1 Calculați volumul corpului de rotație, obținut prin rotirea în jurul axei Ox a subgraficului funcției $f: [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{3 + \cos x}$

3.2 Demonstrați inegalitatea $\sqrt{3} \leq \int_2^5 \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx \leq \sqrt{6}$

Subiectul 4

Sinteza unei proteine plasmatice este determinată de un fragment de ADN bicatenar, alcătuit din 1800 de nucleotide, 30% dintre acestea conținând timină. Stabiliți:

a) Numărul de guanine din fragmentul de ADN bicatenar;

b) Numărul de riboze din catena de ARN mesager care a copiat fragmentul de ADN dat;

c) Numărul de aminoacizi din proteina sintetizată.