



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "ECOLOGIA -PUNTEA DE LEGĂTURĂ ÎNTRE MATEMATICĂ, ARTĂ ȘI LITERATURĂ", EDIȚIA A IV-A, 10 MAI 2024

SECȚIUNEA I "APLICAȚII ALE MATEMATICII ÎN VIAȚA COTIDIANĂ "

CLASA a XI-a Matematica -Informatică

Toate subiectele sunt obligatorii. Pe foaia de concurs se scriu rezolvările complete.

Fiecare subiect se notează de la 1 la 10. Timpul de lucru este 180 minute.

1. Fie matricile $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $X(a) = I_2 + a \cdot A$, $a \in \mathbb{R}$.

a) Arătați că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$;

b) Aflați numerele întregi m și n pentru care $X(m) \cdot X(n) = X(4)$;

c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $X(2^x - 3) \cdot X(\log_{2024} x - 2) \cdot X(x^2 + x) = X(-1)$.

2. a) Alina și Bogdan au 253 de lei, Bogdan și Cristina au 542 de lei, Cristina și Dan au 479 de lei, iar Alina și Dan au 190 de lei. Determinați câți lei are fiecare persoană.

b) Traectoria descrisă de un proiectil la momentul $t > 0$ este $S(t) = \frac{3t^2}{100} \cdot e^{\frac{-3t}{100}}$ (timpul este măsurat în secunde, iar distanța în metri). La ce moment traectoria va fi maximă și cât va fi aceasta?

3. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} + \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)$.

a) Aflați asimptotele la graficul funcției f ;

b) Găsiți coordonatele punctului A de pe graficul funcției f în care tangenta la grafic este paralelă cu axa OX ;

c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 0$ nu are soluție, pentru orice $x \in (0, \infty)$.

4. a) Subprogramul **patrate** are doi parametri, x și y , prin care primește câte un număr natural ($1 \leq x \leq y \leq 109$). Subprogramul afișează pe ecran o expresie aritmetică reprezentând suma numerelor din intervalul $[x, y]$ care au proprietatea că sunt pătrate perfecte, urmate de valoarea acestei sume. Termenii sumei sunt într-o ordine oarecare și sunt separați prin câte un simbol plus (+), iar valoarea sumei este precedată de simbolul egal (=), ca în exemplu. Dacă nu există niciun astfel de termen, se afișează pe ecran mesajul **nu exista**. Scrieți definiția completă a subprogramului.

Exemplu: dacă $x=10$ și $y=50$ se poate afișa pe ecran **16+25+36+49=126**

b) Un text are cel mult **100** de caractere și este format din cuvinte și numere, separate prin câte un spațiu. Cuvintele sunt formate numai din litere ale alfabetului englez. Toate numerele sunt reale și sunt formate numai din parte întreagă sau din parte întreagă și parte fracționară, separate prin virgulă (,), numerele negative fiind precedate de semnul minus (-). Cel puțin unul dintre numerele reale este negativ. Scrieți un program C/C++ care citește de la tastatură textul, pe care îl transformă în memorie, înlocuind fiecare număr negativ cu valoarea sa absolută. Programul afișează apoi pe ecran textul obținut.

Exemplu: pentru textul **Modul de -3,24 este 3,24 si modul de -15 este 15**

se va afișa pe ecran textul: **Modul de 3,24 este 3,24 si modul de 15 este 15**